

Задача 1.

Покажите, что в «наивном» протоколе передачи данных с 4 сообщениями (Лекция 1) возможно дублирование или потеря сообщений ввиду того, что НСР A вынуждена считаться с возможностью выхода из строя НСР B .

Задача 2.

Постройте простой протокол с двумя обменами сообщениями, который никогда не допускает потери сообщений (хотя может дублировать сообщения). Докажите корректность этого протокола (т.е., что построенный протокол никогда не теряет ни одного сообщения).

Задача 3.

Докажите теорему.

Теорема.

Пусть γ — конфигурация распределенной системы (с асинхронным обменом сообщениями), и пусть e_p и e_q — события, которые происходят в разных процессах p и q , и при этом оба события допустимы в конфигурации γ . Тогда событие e_p допустимо в конфигурации $e_q(\gamma)$, а событие e_q — в конфигурации $e_p(\gamma)$, и при этом $e_p(e_q(\gamma)) = e_q(e_p(\gamma))$.

Задача 4.

Докажите, что отношение причинно-следственной зависимости между событиями выполнения $\prec$ является отношением частичного порядка? При каких условиях это отношение будет являться отношением полного (линейного) порядка?

Задача 5.

Подберите подходящее определение для причинно-следственного порядка переходов системы с синхронным обменом сообщениями. Предложите определение часов для систем такого рода и постройте распределенные алгоритмы для вычисления показаний этих часов.

Задача 6.

Докажите, что существуют такие распределенные системы, которые не способны вычислять функцию глобальных часов Θ_g .

Задача 7.

Покажите, что функция Лэмпорта Θ_L действительно является часами.

Задача 8.

Можно ли построить такую функцию часов Θ , которая

1. могла быть вычислена распределенным алгоритмом;
2. для любого вычисления и для любых двух событий a и b в этом вычислении обладала свойством

$$a \prec b \iff \Theta(a) < \Theta(b).$$

Задача 9.

Верно ли, что утверждение, которое является истинным в каждой конфигурации любого выполнения, обязательно является инвариантом?

Задача 10.

Приведите пример такой системы переходов S и такого утверждения P , что P всегда истинно в системе S , но при этом не является инвариантом S .

Задача 11.

Предположим, что P_1 и P_2 — это инварианты системы S . Докажите, что $(P_1 \vee P_2)$ и $(P_1 \wedge P_2)$ также являются инвариантами.

Задача 12.

Пусть S — параллельная композиция систем S_1 и S_2 .

Докажите, что всякий инвариант P систем S_1 и S_2 также является инвариантом системы S .

Докажите, что всякая Q -производная P систем S_1 и S_2 также является Q -производной системы S .

Приведите пример утверждения P , которое является всегда истинным в обеих системах S_1 и S_2 , но не является таковым в системе S .

Задача 13.

Покажите, что симметричный протокол раздвижного окна не удовлетворяет требованию неизбежной доставки сообщения, если из двух допущений справедливости F1 и F2 выполняется только допущение F2.

Задача 14.

Будет ли симметричный протокол раздвижного окна удовлетворять требованию неизбежной доставки сообщения, если будет выполняться только допущение F1?

Задача 15.

Докажите, что если в симметричном протоколе раздвижного окна $l_p + l_q = 1$ и начальные значения переменных a_p и a_q равны $-l_q$ и $-l_p$, то равенства $a_p + l_q = s_p$ и $a_q + l_p = s_q$ всегда выполняются.

Задача 16.

Докажите следующее утверждение.

Лемма 3.3.

Отправление пакета $\langle \mathbf{pack}, w, i \rangle$ процессом p в протоколе раздвижного окна допустимо только тогда, когда $i < a_p + L$.

Задача 17.

Докажите следующее утверждение.

Лемма 3.4.

Если $out_p[i] \neq undef$, то выполняется неравенство $i < s_p + L$.

Задача 18.

Докажите следующее утверждение.

Теорема 3.7.

Утверждение P' , определяемое следующее формулой

$$\begin{aligned}
P' &\equiv P \\
&\wedge \langle \mathbf{pack}, w, i \rangle \text{ следует за } \langle \mathbf{pack}, w', i' \rangle \text{ в } Q_p \Rightarrow i > i' - L \quad (4p) \\
&\wedge \langle \mathbf{pack}, w, i \rangle \text{ следует за } \langle \mathbf{pack}, w', i' \rangle \text{ в } Q_q \Rightarrow i > i' - L \quad (4q) \\
&\wedge \langle \mathbf{pack}, w, i \rangle \in Q_p \Rightarrow i \geq a_p - l_p \quad (5p) \\
&\wedge \langle \mathbf{pack}, w, i \rangle \in Q_q \Rightarrow i \geq a_q - l_q \quad (5q)
\end{aligned}$$

является инвариантом протокола раздвижного окна при условии, что в каналах связи поддерживается очередность передаваемых сообщений.

Задача 19.

Покажите, что в случае $L = 1$ в протоколе раздвижного окна достаточно использовать только одну из двух переменных a_p или s_p (и только одну из переменных a_q или s_q).

Задача 20.

Почему никакой протокол не может предоставить гарантии того, что слово будет доставлено по назначению за ограниченный срок времени?

Задача 21.

Докажите следующее утверждение.

Теорема 4.2.

Следующее утверждение является инвариантом протокола с таймерами.

$$\begin{aligned}
P_1 &\equiv P_0 \\
&\wedge \neg cs \Rightarrow \forall i < B : Ok(i) \quad (9) \\
&\wedge cs \Rightarrow \forall i < B + Low : Ok(i) \quad (10) \\
&\wedge \langle \mathbf{data}, true, I, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow \forall i < B + I : Ok(i) \quad (11) \\
&\wedge cr \Rightarrow \forall i < B + Exp : Ok(i) \quad (12) \\
&\wedge \langle \mathbf{ack}, I, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow \forall i < B + I : Ok(i) \quad (13)
\end{aligned}$$

Задача 22.

Докажите следующее утверждение.

Теорема 4.4. Следующее утверждение является инвариантом протокола с таймерами.

$$\begin{aligned}
P_2 &\equiv P_1 \\
&\wedge \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow Ut[B + i] > \rho - \mu \quad (14) \\
&\wedge i_1 \leq i_2 < B + High \Rightarrow Ut[i_1] \leq Ut[i_2] \quad (15) \\
&\wedge cr \Rightarrow Rt \geq Ut[pr] + \mu \quad (16) \\
&\wedge pr < B + High \wedge (Ut[pr] > -\mu \Rightarrow cr) \quad (17) \\
&\wedge cr \Rightarrow B + Exp = pr + 1 \quad (18)
\end{aligned}$$

Задача 23.

В протоколе с таймерами отправитель может занести в отчет слово как возможно утраченное, в то время как это слово было благополучно доставлено получателю. Опишите выполнение этого протокола, в ходе которого происходит подобный эффект.

Задача 24.

Предположим, что в связи с выходом из строя часового механизма, получатель не может закрыть сеанс связи вовремя. Опишите вычисление протокола с таймерами, в ходе которого слово будет утрачено, но отправитель не сможет отметить это в отчете.tem

Задача 25.

Опишите такое вычисление протокола с таймерами, в ходе которого получатель открывает сеанс связи после получения пакета с порядковым номером большим нуля.

Задача 26.

Проектировщик сети хотел бы воспользоваться протоколом с таймерами, но при этом желает, чтобы о возможно утраченных словах запись в отчете осуществлялась ранее. Для этого он модифицирует действие E_p следующим образом:

E_p : (* Сформировать отчет об ошибке для возможно утраченного слова *)
 { $Ut[B + Low] < 0$ }
 begin $error[B + Low] := true$; $Low := Low + 1$ **end**

Будет ли модифицированный таким образом протокол удовлетворять требованиям отсутствия потерь и упорядочения или для этого необходимо внести также другие изменения?

Каковы, по Вашему мнению, преимущества и недостатки указанной модификации?

Задача 27.

Допустим, что таблицы маршрутизации так обновляются после каждого изменения топологической структуры сети, что они остаются ациклическими по ходу обновления. Может ли это служить гарантией того, что пакеты всегда доставляются по адресу даже в том случае, когда сеть претерпевает бесконечно большое количество топологических изменений?

Задача 28.

Докажите, что ни один алгоритм маршрутизации не способен обеспечить доставку пакетов по адресу, если сеть испытывает непрерывные изменения топологии.

Задача 29.

Зачем в алгоритме маршрутизации Туэга нужно передавать в каждом сообщении имя текущей опорной вершины w ?

Задача 30.

Можно ли исключить из алгоритма Туэга отправление сообщений $\langle \mathbf{nys}, w \rangle$? Будет ли модифицированный таким образом алгоритм корректным?

Задача 31.

Докажите, что приведенная ниже формула задает инвариант алгоритма Чанди-Мисры вычисления путей, ведущих в вершину v_0 .

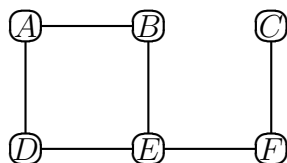
$$\forall u, w : \langle \mathbf{mydist}, v_0, d \rangle \in M_{wu} \Rightarrow d(w, v_0) \leq d \\ \wedge \forall u : d(u, v_0) \leq D_u[v_0]$$

Задача 32.

В описании алгоритма Чанди–Мисры не указывается, до каких пор должно проводиться вычисление маршрутов в каждом процессе. Докажите, в любой конфигурации любого выполнения алгоритма Чанди–Мисры промежуточные таблицы маршрутизации являются ациклическими. Что нужно добавить к алгоритму Чанди–Мисры, для того чтобы каждый процесс мог узнать, что построение таблиц маршрутизации в сети завершено.

Задача 33.

Выясните, какие значения будут иметь все переменные в заключительной конфигурации алгоритма Netchange в том случае, когда этот алгоритм применяется к сети, имеющей следующую топологическую структуру:



После того как была достигнута заключительная конфигурация, в сети возник новый канал связи между узлами A и F . Какое сообщение узел F отправит узлу A при обработке уведомления $\langle \text{repair}, A \rangle$? Какое послание узел A отправит узлу F в ответ на это сообщение?

Задача 34.

Покажите, что в каждом вычислении древесного алгоритма в точности два процесса принимают решение.

Задача 35.

Привести пример сети, в которой произвольный волновой алгоритм произведет ровно N обменов сообщениями, где N — число процессов в сети.

Задача 36.

Привести пример сети, в которой произвольный волновой алгоритм произведет ровно K обменов сообщениями, где K — число каналов в сети.

Задача 37.

Придумать кольцевой алгоритм с двумя инициаторами и доказать его корректность.

Задача 38.

Придумать кольцевой алгоритм с двумя инициаторами и доказать его корректность.

Задача 39.

В доказательстве фазового алгоритма доказывается, что отношение $f^{(i)}_{pq} \preceq g^{(i)}_{pq}$ сохраняется даже если канал pq не является очередью.

Показать, что данное отношение сохраняется даже если канал pq является каналом с потерей сообщений.

Показать, что данное отношение не сохраняется если в канале pq сообщения могут дублироваться.

Задача 40.

Показать, что модифицированный фазовый алгоритм, который вырабатывает решение после принятия $D - 1$ сообщений от каждого соседа на входе, не является волновым алгоритмом.

Задача 41.

Предположим, что Вы намереваетесь использовать волновые алгоритмы в сетях с дублированием сообщений в каналах.

- Какие изменения необходимо внести в алгоритм Эха.
- Какие изменения необходимо внести в алгоритм Финна.

Задача 42.

Привести вычисление алгоритма Тари, в результате которого получается дерево, не являющееся деревом поиска в глубину.

Задача 43.

Адаптируйте алгоритм эха для вычисления суммы входных данных всех процессов.

Задача 44.

Доказать теорему.

Теорема. Используя фазовый алгоритм избрание лидера может быть произведено за $O(D|E|)$ обменов сообщениями и используя $O(D)$ единиц времени.

Задача 45.

Докажите, что алгоритм избрания путем сравнения является волновым алгоритмом, если событие избрания процесса лидером рассматривать как событие решения.

Задача 46.

Доказать теорему.

Теорема. Алгоритм Ченя-Робертса решает задачу избрания лидера, используя менее (N^2) сообщений и $O(N)$ единиц времени.

Задача 47.

Рассмотрим алгоритм Ченя—Робертса, полагая, что каждый процесс является инициатором. При каком расположении отличительных признаков в кольце сложность по числу обменов сообщениями будет минимальной и сколько обменов сообщениями потребуется в этом случае?

Задача 48.

Привести начальную конфигурацию сети, в которой алгоритм Патерсона-Долева-Клейва-Роде требует $(\lfloor \log N \rfloor + 1)$ раундов. Также привести начальную конфигурацию, в которой алгоритму достаточно двух раундов вне зависимости от числа инициаторов. Возможно ли алгоритму завершиться за один раунд?

Задача 49.

Сравнить алгоритм угасания волны для колец с алгоритмом Ченя-Робертса. В чем различия и какой они имеют эффект?

Задача 50.

Установить для сообщений всех семи типов алгоритм Галладжера-Хамблета-Спиры, может ли каждое из них быть послано процессу, находящемуся в состоянии сна.

Задача 51.

Алгоритм Эття (Attiya) отличается от алгоритма Кораха-Каттена-Морана только тем, что фишка вместо того, чтобы впасть в состояние погони, замирает и посылает сообщение-убийцу, которое догоняет преследуемую фишку, убивает ее и возвращается назад. После возвращения убийцы выполнение обхода продолжается.

Реализовать алгоритм Attiya и установить его сложность.

Задача 52.

Временной сложность алгоритма завершения вычисления называется число единиц времени между завершением базового алгоритма и завершением контрольного алгоритма.

Какова временная сложность алгоритма Дейкстры-Шолтена?

Задача 53.

Если алгоритм Шави-Франчеца применяется к произвольной сети, процессы которой имеют уникальные идентификаторы, и при этом используется волновой алгоритм Галладжера-Хамблета-Спиры, то временная сложность такого контрольного алгоритма будет составлять $(N \log N)$.

Можно ли улучшить временную сложность до $O(N)$ ценой обмена $O(N)$ дополнительными сообщениями?

Задача 54.

Показать существование такого базисного вычисления, в котором происходит обмен m сообщениями, при контроле которого алгоритм Сафры использует $m(N - 1)$ сообщений.

Задача 55.

В алгоритме Раны предполагается, что процессы наделены отличительными признаками. Предположим теперь, что все процессы анонимны, но обладают возможностью отправлять сообщения своим последователям по кольцу, и при этом число процессов заранее известно. Внесите в алгоритм Раны необходимые изменения, позволяющие ему работать в рамках таких допущений.

Задача 56.

Обоснуйте корректность алгоритма Раны на основе инвариантов этого алгоритма.

Задача 57.

Внесите изменения в алгоритм Раны так, чтобы для передачи сообщений можно было использовать произвольный волновой алгоритм, а не только кольцевой алгоритм.

Задача 58.

Предположим, что снятие снимка процессом p является дополнительным внутренним событием a_p . Показать, что

$$S^* \text{ — значимый срез} \iff \forall p, q \quad a_p \not\preceq a_q \ \& \ a_q \not\preceq a_p.$$

Задача 59.

Будем рассматривать регистрацию моментального локального состояния процесса p как еще одно внутреннее событие a_p . Докажите, что

$$S^* \text{ является значимым} \iff \forall p, q : a_p \parallel a_q.$$

Задача 60.

Профессор Захаров утверждает:

«После того как я прочел лекцию о моментальных состояниях, я сумел лучше понять алгоритмы обнаружения завершения вычислений. Например, в алгоритме Сафры обработку маркеров процессом p нужно понимать как вычисление моментального состояния процесса p . В построенном моментальном состоянии системы все процессы являются пассивными, так как маркер обрабатывается только пассивными процессами. Поэтому, чтобы принять решение о завершении вычисления требуется всего лишь проверить, пусты ли все каналы. Для этого в маркере указывается суммарное значение счетчиков сообщений.

*Однако мне неясна та роль, которую играют окраски *white* и *black*, а также как удастся обеспечить значимость моментальных состояний системы.»*

Не могли бы Вы помочь профессору?